

UMA PROPOSTA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS OLIMPIADAS DE MATEMÁTICA

Samanta Andressa Santos Dumke

Aluna do curso de Licenciatura em Matemática - CAJ/UFG
dumke_9@hotmail.com

Adriano Rodrigues Honorato

Aluno do curso de de Licenciatura em Matemática - CAJ/UFG
algebramat@hotmail.com

Maria Elídia Teixeira Reis

Professora da Coordenação de Matemática - CAJ/UFG
elidiamt@yahoo.com.br

Resumo

Este texto retrata uma proposta de ensino, nos moldes de uma monitoria, que terá como principal objetivo preparar os alunos para as Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), contribuindo para que os discentes compreendam e construam por si próprios os conceitos matemáticos e sejam capazes de enfrentar e resolver situações novas, em especial, aquelas relacionadas ao seu cotidiano. Os sujeitos envolvidos na execução deste trabalho – que será desenvolvido em aproximadamente 35 horas/aula fora do horário normal de aulas - serão alunos do 8o e 9o anos de uma escola conveniada da cidade de Jataí- GO selecionados para a segunda fase das olimpíadas. Para tal será adotada a metodologia da Resolução de Problemas, associada a alguns materiais concretos e algumas formas de escrita, visto que o método central será o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas. Em sua aplicação serão utilizadas questões contidas nas provas dos últimos anos das olimpíadas abrangendo alguns conteúdos matemáticos pré-selecionados e que tenham maior relação com o cotidiano dos estudantes. A partir dessas ações, deseja-se atingir os objetivos propostos e contribuir para um ensino-aprendizagem de Matemática de qualidade.

Palavras chaves: Resolução de Problemas, Olimpíadas de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), Metodologia de ensino.

A PROPOSAL ON PROBLEM SOLVING FOR MATHEMATICAL OLYMPIADS

Abstract

This text presents a teaching proposal in terms of a teaching assistance, that will aim to get students ready for the Mathematical Brazilian Olympiad of Public Schools (OBMEP), so that they learn and understand by themselves the mathematical concepts and be able to approach new kind of situations, especially those of their daily routine. The subjects involved in this work - that will be developed in about 35 hours out of the regular class time - will be students from the 8th and 9th years (equivalent of the

7th and 8th grades of middle school) of a partner school in Jataí - GO, selected for the next level of the Olympiad. We'll work with problem solving, concrete materials and math writing, as well as questions of the last year's Olympiads that cover certain pre-determined concepts and are connected with daily activities of the students. With these actions, we hope to achieve our objectives and contribute for better learning/teaching math activities.

Keywords: Problem solving, Mathematical Brazilian Olympiads of Public Schools (OBMEP), Teaching methodology

1 Resolução de problemas e olimpíadas de matemática

A Matemática, vista por alguns como uma criação do homem, e por outros, como uma ciência da descoberta e do desenvolvimento de pesquisas a partir de problemas que este encontra e se propõe a resolver, é quase sempre designada pelos alunos, e pelo senso comum das pessoas, como uma disciplina abstrata de difícil entendimento, e que sua compreensão e aplicação de conceitos na vida prática se restringem apenas a um grupo seletivo de pessoas.

Esta visão sobre a Matemática está na mente de muitos alunos que por terem alguma dificuldade com essa disciplina, tendem a vê-la como só mais uma das matérias que compõem o currículo escolar, as quais são obrigados a cursar, com o único objetivo de passarem de ano, menosprezando suas potencialidades e extinguindo a possibilidade de serem futuros profissionais que atuam no ramo de serviços vinculados com a Matemática. Não levam em consideração que esta é uma área de conhecimento com grandes articulações e aplicações com várias práticas e necessidades sociais, possibilitando a resolução de uma infinidade de problemas ligados ao seu cotidiano.

Estes alunos por não acreditarem em seus potenciais, deixam de fazer inúmeras atividades que dependem de conceitos matemáticos. Além disso, acreditam serem incapazes de solucionar problemas matemáticos desde os mais simples até os mais complexos, sejam eles encontrados no dia a dia ou idealizados nos livros didáticos e em provas de vestibulares, concursos, entre outras formas.

Quando o professor apresenta essa mesma visão de que nem todos os seus alunos possuem capacidade para aprender, ele, geralmente, trabalha com exercícios de repetição, no qual a memorização de passos e fórmulas permite ao aluno resolver certos problemas sem a compreensão do mesmo. Essas dificuldades encontradas pelo professor no processo ensino-aprendizagem ocorrem com frequência e são vistas por todos aqueles ligados à educação.

Diante do exposto, e por estarmos matriculados na disciplina de Estágio Supervisionado I, na qual temos que prestar serviços voluntários a uma instituição de ensino, e ainda por acreditarmos que a Matemática é uma ciência cuja maioria dos conceitos são universais, podendo qualquer pessoa em qualquer lugar, a qualquer tempo aprendê-los, e mais, aplicá-los e articulá-los às situações problema, tínhamos em mente, caso a escola apresentasse uma proposta que fosse ao encontro de nossas idéias, trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas em nosso projeto.

Para tanto, procuramos o gestor, a coordenação e a professora de Matemática do 9^o ano do Instituto Samuel Graham, que nos relataram algumas problemáticas dos alunos, como dificuldades na interpretação de problemas matemáticos, na compreensão dos enunciados e com alguns conteúdos básicos, como por exemplo, radiciação, potenciação, fatoração, entre outros. Felizmente, a nossa proposta vinha ao encontro das dificuldades expostas pela instituição.

Diante disso, e tendo em vista que iremos aplicar o projeto no 2^o semestre - no qual a professora nos informou que trabalhará com o conteúdo de trigonometria e o qual também será o período quando acontecerão as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), nossas opções eram: ou auxiliar os alunos, nos moldes de uma monitoria, de modo a colaborar no ensino-aprendizagem daquele conteúdo; ou contribuir com estes para as olimpíadas, mas em turno diferente do horário normal de aulas. Então, decidimos pelas Olimpíadas de Matemática, incorporada à nossa proposta de trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas, a fim de prepará-los para um melhor desempenho na mesma.

A escolha pela Resolução de Problemas justifica-se pelo fato de que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL-1998, p. 40-41), esta metodologia é o eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, podendo ser resumida nos seguintes princípios:

A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;

Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;

A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Além disso, outro aspecto que justifica esta opção, pauta-se nas idéias de Onuchic e Allevatto (2004) e Onuchic (2008) ao afirmarem que esta metodologia permite que os alunos parem para pensar e testar suas idéias emergentes; que investiguem quando buscam - usando seus conhecimentos já construídos - que caminhos devem tomar para resolver uma determinada situação-problema, relacionando, trabalhando colaborativamente e discutindo o que deve ser feito para chegar à solução; além do mais, possibilita uma maior chance das idéias serem formadas corretamente e integradas numa rica teia de conceitos e de compreensão, sejam elas, relacionadas a outros ramos do conhecimento matemático ou à diversas outras áreas diferentemente da Matemática.

Também, segundo Huanca (2008, p. 4), o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas é de extrema relevância, pois “oferece uma experiência em profundidade, uma oportunidade de conhecer e delinear as dificuldades, de conhecer as capacidades e limitações do conhecimento que os estudantes possuem”, bem como “coloca ênfase nos processos de pensamento, de aprendizagem e trabalha os conteúdos de matemática” levando o aluno a compreender e construir por si próprio os conceitos matemáticos.

Além destes aspectos, ressaltamos ainda as idéias de Dewey (apud STANIC-1989, p. 19) acerca da Resolução de Problemas (termo designado por este autor como pensamento reflexivo), na qual dá valiosas orientações e maneiras de pensar sobre esta metodologia, propondo ser a experiência do aluno o ponto central de qualquer projeto curricular, pois “os problemas surgem naturalmente dentro da experiência, ensinar e aprender consiste na reconstrução da experiência que conduz à progressiva organização da matéria, e a reconstrução da experiência requer o pensamento reflexivo (ou resolução de problemas)”.

Portanto, sob essa visão, toda matéria que é apresentada ao estudante sem relacionar com qualquer problema que esteja ancorado na sua “experiência se tornaria ‘inútil; como entulho, criando barreiras e obstruindo a possibilidade de pensar sobre os problemas enfrentados’... [pois na verdade] a criança deveria enfrentar problemas reais e resolvê-los sem uma preocupação em acumular regras e procedimentos” (D’AMBROSIO-2008), cabendo ao professor apenas o papel de ajudar o aluno a reconstruir sua experiência de maneira que os conceitos vão sendo progressivamente organizados e construídos pelo estudante.

Por essas razões, vemos a Resolução de Problemas como uma importante estratégia de ensino para nossa proposta. Nessa perspectiva, trabalharemos alguns conteúdos básicos de Matemática necessários para as olimpíadas através desta metodologia, entretanto, anteriormente faremos uma seleção dentre os vários problemas contidos nas provas dos anos anteriores e que tenham maior relação com cotidiano dos alunos.

Além do mais, faremos uso de alguns materiais concretos (manipuláveis) que serão elaborados e selecionados de acordo com cada temática, pois de acordo com Fiorentini e Miorim (1990), Nacarato (2005) e Passos (2006) estes recursos podem ser utilizados como instrumentos mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento, e ainda, se bem explorados podem possibilitar uma maior visualização e interpretação da situação-problema, bem como promover o debate e a exposição dos significados e resultados tentando levar o aluno a construir o conhecimento matemático a partir de suas próprias experiências.

Faremos, também, uso de alguns registros (escrituras) ao final das atividades envolvendo Resolução de Problemas, isto sob a perspectiva de Smole e Diniz (2001), por acreditarmos que estes estruturam o pensamento dos alunos possibilitando a expressão das idéias; “a obter dados sobre os erros, as incompreensões, os hábitos e as crenças dos alunos; a perceber concepções de vários alunos sobre uma mesma idéia e obter evidências e indícios sobre o conhecimento dos alunos” (p. 31).

Visto a relevância de se trabalhar com a Resolução de Problemas e a possibilidade de associá-la a outros recursos, passaremos a seguir, a discorrer algumas formas que vem sendo vinculada esta estratégia de ensino à Matemática, especialmente, em sala de aula, bem como algumas concepções de autores que tem discutido sobre este tema.

2 Um Breve Histórico sobre a Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

A Resolução de Problemas está há muito tempo vinculada com a Matemática. Seu início, segundo os historiadores remontam, pelo menos ao tempo dos antigos egípcios, chineses e gregos. Mas, nos dias atuais a ela apresenta um papel bem diferente do que tinha na antiguidade.

Nas civilizações antigas os problemas matemáticos proporcionavam soluções para dificuldades encontradas no dia a dia pelos seus povos. Os problemas, também, apresentavam o viés de atividade lúdica, ou seja, resolviam-se problemas por diversão. Com o passar do tempo e com o desenvolvimento das ciências, outra visão sobre a maneira de conceber os problemas na Matemática se formou no campo do ensino, a de se trabalhar problemas para a fixação de conteúdos.

Essas três maneiras de conceber a Resolução de Problemas ainda são encontradas com bastante freqüência no mundo atual. No entanto, além das formas citadas, justificaremos outro viés da mesma que, a nosso ver, completa o modo de se trabalhar com problemas. O viés referido é o de metodologia para o ensino da Matemática.

George Polya (1887-1985), professor de Matemática húngaro, foi o primeiro a publicar uma obra completa e significativa sobre a Resolução de Problemas. Ele acreditava que resolver problemas era uma arte, ou seja, era o saber fazer em Matemática, e sugeria quatro passos para se resolver qualquer problema, os quais são: compreensão do problema, construção de uma estratégia de resolução, execução da estratégia e verificação da solução.

Polya (1995, p. 18-19) acreditava que “resolver problemas é a realização específica da inteligência”, e escreveu que “uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”. Para este autor a Resolução de Problemas proporciona ao aluno o “triunfo da descoberta”, e que as experiências adquiridas durante o processo de resolução poderão despertar o “gosto pela atividade mental” ajudando o aluno na formação de seu caráter.

Complementando as idéias de Polya, têm-se os pensamentos de Dewey, que designava a

Resolução de Problemas como pensamento reflexivo, e que resolver problemas é mais do que uma maneira de como o homem lida com o mundo, é mais do que apenas aplicar regras a fim de resolver determinadas situações, é, sobretudo a essência do pensamento humano. Este teórico, sob esse ponto de vista, via a experiência como fator central no processo de aprendizagem, e os problemas surgem naturalmente dentro da experiência. Portanto, ensinar e aprender consiste na reconstrução da experiência que conduz à progressiva organização da matéria, e a reconstrução da experiência requer pensamento reflexivo, ou seja, Resolução de Problemas (STANIC-1989).

A partir dessa perspectiva, surgem concepções relativas ao ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. Onuchic (2008), por exemplo, acredita que o trabalho de ensino de Matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada em Resolução de Problemas, onde estes são “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver (p.215)”..., e que o professor, ao fazer uso dessa metodologia, permite ao aluno a oportunidade de criar, descobrir, inventar, investigar, fazer conjecturas e respondê-las, levando-o a ser cada vez mais autônomo e participante na construção de seu próprio conhecimento.

Em outra obra, sob essa mesma visão, Onuchic e Allevalo (2004) reforçam a importância de se trabalhar com esta estratégia de ensino e nos dizem que:

O ensino-aprendizagem de um tópico matemático deve sempre começar com uma situação-problema que expressa aspectos chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis à situação-problema dada. O aprendizado, deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos).

Tendo em vista o que foi exposto nos referenciais, acreditamos que esta forma de metodologia para o ensino da Matemática possibilita ao professor um caminho para o qual seus alunos aprenderão trilhar rumo ao conhecimento, ao aprendizado dos conceitos matemáticos, a utilização dos mesmos na vida prática e às descobertas infinitas que a Matemática permite àqueles que buscam resolver uma determinada situação-problema.

3 Metodologia de trabalho

Sabemos que a Resolução de Problemas é uma área muito extensa com várias possibilidades de ser associada a outros recursos didáticos e tendências em Educação Matemática, tais como: os materiais concretos, os jogos, os registros, o contar histórias, as novas tecnologias, entre outras. Dentre os vários caminhos que a Resolução de Problemas nos proporcionam para o ensino da matemática escolhemos três, que ao nosso ver, são os que mais se adaptam

a nossa proposta: os materiais concretos, os registros e as etapas de Polya.

Sabendo que as Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) terão a sua primeira fase no dia 18 de agosto e a segunda no dia 24 de outubro deste ano, começaremos a aplicação do nosso projeto na primeira semana após a realização das provas da primeira fase. A carga horária total para a aplicação deste será de aproximadamente 35 horas/aulas, das quais serão trabalhadas em torno de 6 horas/aulas por semana em dois encontros de 3 horas/aulas cada. Os encontros serão no período vespertino, haja visto que os alunos estudam pela manhã.

Visto as datas a cima, o primeiro procedimento para o nosso trabalho, tendo em vista, que este abrangerá os alunos das turmas de 8^o e 9^o anos, fizemos uma previsão dos conteúdos dentre as quatro grandes áreas de conhecimento da Matemática que serão ensinados a essas turmas durante o segundo semestre, que serão:

- Geometria: ângulos, figuras planas e espaciais, cálculo de áreas, semelhança de triângulos e Teorema de Pitágoras;
- Álgebra: equações de 1o e 2o graus, fatoração e produtos notáveis;
- Estatística: média aritmética e probabilidade;
- Teoria dos números: potenciação e radiciação.

Depois de estabelecido o tema, as séries, a carga horária, as datas e o conteúdo, realizaremos uma pesquisa em provas anteriores da OBMEP, com objetivo de selecionarmos os problemas que iremos trabalhar com os alunos, envolvendo os conteúdos acima. Dessa pesquisa, também consideraremos alguns problemas para a realização de um teste diagnóstico que será aplicado aos alunos no primeiro dia ao iniciar o estágio.

O teste diagnóstico será aplicado com o intuito de cumprir duas finalidades: a primeira é conhecer o nível dos alunos e a segunda de avaliação, pois, ao final do nosso estágio aplicaremos o mesmo teste ou de nível semelhante aos alunos para compararmos o desenvolvimento e progresso individual. Com isso avaliaremos tanto aos alunos como a nós mesmos, no sentido de perceber a eficácia do projeto.

Após à aplicação do teste diagnóstico, em uma segunda etapa, começaremos a trabalhar resolução dos problemas, que já estarão selecionados de acordo com os conteúdos. Prepararemos para cada encontro cópias das atividades propostas, uma para cada aluno.

Com os problemas em mãos, trabalharemos as estratégias para a resolução dos mesmos, e também para o ensino dos conteúdos, onde utilizaremos a metodologia da Resolução de Problemas. Pautar-nos-emos nas quatro etapas de Polya: compreensão do problema, planejamento, execução do planejamento e análise do resultado. No entanto, focaremos que nem todo problema para ser resolvido o aluno tem que necessariamente passar por todas estas etapas, ou melhor, isto não quer dizer que o estudante deverá segui-las rigorosamente ou até mesmo memorizá-las.

Com a Resolução de Problemas, via etapas de Polya, espera-se desenvolver nos alunos a capacidade de compreender os conceitos matemáticos com o intuito de levá-los a resolver os problemas característicos das olimpíadas de Matemática. Para isso, com base no quadro abaixo - formulado a partir das idéias de Toledo (2006), no qual apresenta-se um roteiro para a Resolução de Problemas seguindo as etapas de Polya -, trabalharemos inicialmente com alguns problemas menos complexos durante aproximadamente quinze horas/aula, associado a alguns materiais concretos que serão elaborados ou selecionados de acordo com cada temática, a fim de serem utilizados como instrumentos mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber estiver sendo construído, bem como permitir uma maior visualização e interpretação da situação-problema, possibilitando o debate e a exposição dos significados e resultados tentando levar o aluno a construir o conhecimento matemático a partir de suas próprias experiências. Concomitante a isso, utilizaremos alguma formas de registros, como cartas, diários, relatórios, ou entre outras modalidades de escrita:

Compreender o problema	Conceber um plano	Execução do problema	Visão retrospectiva
Qual é a incógnita?	Já enfrentou um problema semelhante?	Ao executar o seu plano de resolução, comprove cada um dos passos	Pode verificar o resultado?
Quais são os dados?	Já ouviu o mesmo problema proposto de forma semelhante?	Pode ver claramente que o passo é correto?	Pode verificar o raciocínio?
Qual é a condição?	Conhece um problema relacionado com este?	Pode demonstrá-lo?	Pode obter o resultado de forma diferente?
A condição é suficiente para determinar a incógnita?	Conhece algum teorema que possa lhe ser útil?		Pode vê-lo com apenas uma olhada?
É suficiente? Redundante? Contraditório?	Considerou todas as noções essenciais concernentes ao problema?		Pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema?

Entretanto, em um segundo momento, apresentaremos problemas oriundos da pesquisa inicial, mas com uma característica diferente dos demais, ou seja, com um nível de conhecimento mais complexos. Além disso, depois de realizada esta ação, deixaremos os alunos livres para tentarem resolvê-los com intuito de despertar nos alunos as potencialidades matemáticas de cada um, bem como desenvolver e estimular a capacidade para a criação e descoberta.

Concomitante, os alunos utilizarão o caminho dos registros, no qual descreverão passo a passo suas idéias para resolução dos problemas, mesmo que não tenham conseguido chegar a uma resposta final. Após isso, juntaremos os registros, e, em coletivo com os alunos, auxiliando-os e fazendo algumas observações, tentaremos levar todos a perceber/refletirem sobre seus erros e acertos e ao final reestruturarem seus pensamentos matemáticos.

Portanto, acreditamos que as etapas de Polya e as idéias de Dewey se completam quando, associadas com o caminho dos registros juntamente com a utilização dos materiais concretos e que trabalhar a Resolução de Problemas nessas três perspectivas é permitir ao aluno a compreensão dos conceitos matemáticos e suas aplicações na resolução dos problemas característicos das olimpíadas.

Referências

- [BRASIL-1998] BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática: terceiro e quarto ciclo**. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1998, 148p. Disponível em < www.mec.gov.br/sef/estrut2/pcn/pdf/matematica.pdf > acesso em: 26 de abril de 2009.
- [D'AMBROSIO-2008] D'AMBROSIO, Beatriz S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. In: **Anais Seminário Em Resolução De Problemas**, I., (I SERP), 2008, Rio Claro. Rio Claro- SP: UNESP, 2008, s/p.
- [FIORENTINI-1990] FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática. In: **Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM-SP, n.7, p. 5-10, 1990.
- [HUANCA-2008] HUANCA, R. R. H. Um olhar para a sala de aula a partir da Resolução de Problemas e modelação matemática. In: **Anais do I Seminário Em Resolução De Problemas** (I SERP). Rio Claro- SP: UNESP, 2008, p. 1-13.
- [NACARATO-2005] NACARATO, A. M.. Eu trabalho primeiro no concreto. In: **Revista de Educação Matemática**, SBEM, São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, 2005, p. 1-6.

- [OBMEP-2009] OLIMPÍADAS BRASILEIRAS DE MATEMÁTICA, 2009. Disponível em: www.obm.org.br <. Acesso em: 15 abr. 2009.
- [ONUCHIC-2004] ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. ;BORBA, M. C.(Org.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 212-231.
- [ONUCHIC-2006] ONUCHIC, L. de la R. Uma história da Resolução de Problemas no Brasil e no mundo. In: **Anais do I Seminário Em Resolução De Problemas (I SERP)** Rio Claro- SP: UNESP, 2008, p. 1-15.
- [PASSOS-2006] PASSOS, L. B. P. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 77-92.
- [POLYA-1995] POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e Adaptação Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- [SMOLE-2001] SMOLE , K. C. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). In: **Ler escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.p. 69-86.
- [STANIC-1989] STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J.. Perspectivas históricas da Resolução de Problemas no currículo de matemática. In: CHARLES, R. I. et al. **The Teaching and Assessment Problem Solving**, 1989. Tradução realizada por um grupo de professores que freqüentaram um curso de Especialização em Educação. Lisboa : Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1993/94.
- [TOLEDO-2006] TOLEDO, M. A. **Solução de Problemas na Matemática: Um Estudo de Um Modelo para Solução de Problemas Matemáticos**. São Paulo: UNIMESP, 2006, p. 1-9.