REMat
ISSN 2177-5095
nº2 - 2010
REVISTA ELETRÔNICA DE MATEMÁTICA
www2.jatai.ufg.br/ojs/index.php/matematica
contato: remat.ufg@gmail.com

Como dividir somando - uma técnica egípcia

Rogério César dos Santos
Professor da UnB - FUP
professorrogeriocesar@gmail.com

Resumo

Apresentamos técnicas de multiplicar e de dividir números inteiros, baseadas em (BUNT-1988), que foram desenvolvidas pelos egípcios nos anos 1600 a.C. Tais cálculos, além de mostrarem um pouco sobre o desenvolvimento histórico da matemática, podem ser úteis para o professor em suas atividades de sala de aula, tanto no Ensino Fundamental, quanto no Médio.

Palavras chaves: Multiplicação, Divisão, História da Matemática.

How to divide adding - an egyptian technique

Abstract

We show multiplying and dividing techniques for integers, developed by egyptians in 1600 B.C. These computations let us know about the historic development of Mathematics and can be useful to the teacher in your classroom work in college or in high school.
Keywords: Multiplication, Division, History of Mathematics

1 Introdução

Em (SBM-2004) há uma maneira diferente de multiplicar, que envolve somas. Vamos mostrar aqui uma técnica de multiplicar que usa um artifício semelhante, e que também servirá para a divisão. Tal técnica foi devida aos egípcios, e foi encontrada nos famosos papiros de Rhind, que foram escritos por volta de 1650 a.C.

O que faremos é apresentar o método utilizado para efetuar as operações. A demonstração formal segue os mesmos passos da justificativa apresentada ao final, e é deixada a cargo do leitor.

2 Desenvolvimento

Comecemos com o exemplo: 20 multiplicado por 15. O procedimento é o seguinte. Primeiro, formamos a seguinte tabela:

Primeira coluna: formada pelas potências de 2	Segunda coluna: formada multiplicando um dos fatores (exemplo: 15) pelo correspondente na primeira coluna
$1\,(=2^0)$	$15\,(=15\cdot 1)$
2	$30\,(=15\cdot 2)$
4	$60\,(=15\cdot 4)$
8	$120\,(=15\cdot 8)$
16	$240\,(=15\cdot 16)$
...	...

Agora, escolhem-se, na primeira coluna, um ou mais números que somados dêem o outro fator 20. Observa-se que essa escolha é única. A soma dos valores correspondentes na segunda coluna será o produto de 20 por 15. Olhando, portanto, a primeira coluna da tabela acima, temos: 16 e 4 são os números que, somados, dão 20. Então, o produto será: $240 + 60 = 300$.

Antes de justificar os cálculos, vejamos agora a divisão, utilizando essa mesma idéia:

2.1 Primeira parte: divisão exata

Vejamos o exemplo: dividir 130 por 5. Formamos a seguinte tabela:

Primeira coluna: formada pelas potências de 2	Segunda coluna: formada multiplicando o **divisor** 5 pelo correspondente na primeira coluna
$1\,(=2^0)$	5
2	10
4	20
8	40
16	80
32	160

Agora, escolhem-se, na **segunda** coluna, um ou mais números que somados dêem o dividendo 130. Observa-se que, também aqui, essa escolha será **única.** A soma dos números correspondentes na primeira coluna será o quociente pedido. Olhando a segunda coluna da tabela acima, temos: 80, 40 e 10 são os números que, somados, dão 130. Então, o quociente será: $16 + 8 + 2 = 26$.

Um outro exemplo: 188 por 47:

Primeira coluna: formada pelas potências de 2	Segunda coluna: formada multiplicando o divisor 47 pelo correspondente na primeira coluna
1	47
2	94
4	188
8	376
...	...

Olhando a segunda coluna: 188 é o próprio dividendo. Logo, o quociente é 4.

2.2 Segunda parte: divisão não exata

Se a divisão for reconhecidamente não exata, a tabela será formada de modo diferente. Neste caso, os egípcios objetivavam *escrever o resultado como a soma de números inteiros e das frações* $^2/_3$ *e* $^3/_4$*, e mais aquelas cujos numeradores são 1.*

Vejamos o exemplo: dividir 19 por 8. A primeira linha é formada como anteriormente, isto é, na primeira coluna coloca-se o $1\,(=2^0)$, e na segunda coluna o **divisor** 8.

1	8

Na segunda linha, seguindo a lógica anterior, teremos: na primeira coluna coloca-se o 2, e na segunda coluna o divisor 8 multiplicado pelo correspondente na primeira coluna.

1	8
2	16

Agora, devemos observar se a soma dos valores da segunda coluna 8 + 16 ultrapassa o dividendo 19. Caso ocorra, como aconteceu agora, a primeira coluna terá como próximos valores as frações $^2/_3$ *ou* $^3/_4$ ou ainda frações cujo numerador é 1, como é o caso de $^1/_4$,$^1/_8$,$^1/_{12}$ ou $^1/_{24}$. Como o divisor 8 é múltiplo de 2, começaremos com 2^{-1}.

1	8
2	16
$^1/_2$	4

Segue-se então a tabela:

1	8
2	16
$^1/_2$	4
$^1/_4$	2
$^1/_8$	1

Agora escolhemos na segunda coluna, como anteriormente, aqueles valores que somados dão o dividendo 19. São eles: 16, 2 e 1. Logo, o resultado será a soma dos valores correspondentes 2, $^1\!/_4$ *e* $^1\!/_8$. Portanto:

$$19 \div 8 = 2 + {}^1\!/_4 + {}^1\!/_8$$

Um outro exemplo: dividendo 20 e divisor 24.
Primeira linha:

1	24

Veja que a soma dos valores da segunda coluna, 24, já é maior do que o dividendo 20. Então, a primeira coluna será formada agora por potências negativas de inteiros que são divisores do divisor 24, ou então pelas frações $^2\!/_3$ *e* $^3\!/_4$. Comecemos por $^1\!/_2$ (não há necessariamente uma ordem).

1	24
$^1\!/_2$	12
$^1\!/_4$	6
$^1\!/_8$	3
$^1\!/_3$	8
$^1\!/_{12}$	2
$^1\!/_{24}$	1

Olhando a segunda coluna, $12 + 8 = 20$. Então o resultado será $^1\!/_2 + {}^1\!/_3$. Observe que poderíamos pegar $12 + 6 + 2$, cujo resultado seria $^1\!/_2 + {}^1\!/_4 + {}^1\!/_{12}$, que logicamente é igual a $^1\!/_2 + {}^1\!/_3$.

Ao contrário da divisão exata, e também da multiplicação, podemos obter várias escolhas distintas, dando o mesmo resultado. Poderíamos até ter tomados outras frações para a primeira coluna, inclusive aquelas duas $^2\!/_3$ *e* $^3\!/_4$:

1	24
$^2\!/_3$	16
$^3\!/_4$	18
$^1\!/_6$	4

Pronto, podemos parar por aqui. Pegando $16 + 4 = 20$, o resultado segue:

$$20 \div 24 = {}^2\!/_3 + {}^1\!/_6$$

3 Justificativas

Vejamos uma justificativa para a multiplicação utilizada. Argumento semelhante servirá para a divisão.

Peguemos o primeiro exemplo, 20 multiplicado por 15. O fator 15 foi escolhido para compor a segunda coluna. Então, pegamos o 20 e o transformamos na base 2:

$$20 = 2^2 + 2^4$$

Então, $15 \times 20 = 15 \times 2^2 + 15 \times 2^4 = 60 + 240 = 300$. Isto é, escolhendo os valores 4 e 16 que somados dão 20, o produto será automaticamente a soma dos valores correspondentes 60 e 240. A escolha de 4 e 16 é única porque um número pode ser escrito de forma única na base 2.

Para a divisão, como no caso 130 por 5, peguemos os valores da segunda coluna que somados dão 130: 10 + 40 + 80. Como esta segunda coluna foi formada multiplicando 5 por potências de 2, então:

$$10 + 40 + 80 = 5 \times (2 + 8 + 16)$$

Logo, ${}^{130}\!/\!{}_{5} = 2^1 + 2^3 + 2^4 = 26$. A escolha de 10, 40 e 80 é única pelo mesmo motivo anterior, isto é, porque 26 é escrito de forma única na base 2.

Referências

[BUNT-1988] BUNT, L. N. H., JONES, P. S. e BEDIENTE, J. D. **The Historical Roots of Elementary Mathematics.** EUA: Dover, 1988.

[SBM-2004] SBM, **Revista do Professor de Matemática** nº55. Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, 2004.